

EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

SECTION : S P O R T

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 2h

COEFFICIENT : 1

Exercice 1 : (6 points)

Une urne contient deux jetons noirs numérotés 1, 2 ; trois jetons jaunes numérotés 1, 2, 2 et trois jetons verts numérotés 1, 2, 2.

On tire simultanément et au hasard deux jetons de l'urne et on suppose que tous les jetons ont la même probabilité d'être tirés.

- 1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 A : « Obtenir deux jetons verts ».
 B : « Obtenir deux jetons de même couleur ».
 C : « Obtenir deux jetons portant des numéros différents ».
- 2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque tirage simultané de deux jetons, associe le nombre de jetons portant le numéro 1.
 a) Reproduire et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X .

x_i		1	
$P(X = x_i)$		$\frac{15}{28}$	

- b) Calculer l'espérance mathématique de X .

Exercice 2 : (6 points)

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par

$$\begin{cases} u_0 = -4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - 1 \end{cases}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1) a) Calculer u_1 et u_2 .
 b) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
- 2) Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_n = u_n + \frac{4}{3}$.
 a) Calculer v_0 .
 b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.
 c) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 d) Déterminer la limite de la suite (u_n) .

Problème : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \text{Log} \left(1 + \frac{1}{x} \right)$ et (\mathcal{C}) sa représentation graphique dans un plan P muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 2 cm).

- 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

- 2) a) Vérifier que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f(x) = \text{Log}(x+1) - \text{Log}x$.
b) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$; $f'(x) = \frac{-1}{x(x+1)}$.
c) Dresser le tableau de variation de f .

- 3) a) Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f(1)$.
b) Tracer la courbe (\mathcal{C}) . (On placera les points A et B d'abscisses respectives $\frac{1}{2}$ et 1).

- 4) a) Montrer que f est une bijection de $]0, +\infty[$ sur $]0, +\infty[$.
b) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f^{-1}(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ où f^{-1} est la fonction réciproque de f .