

Examen du baccalauréat (Juin 2012)	Epreuve : MATHEMATIQUE
Section : Sciences Techniques	Session de contrôle

Exercice 1

1)a)	1)b)	2)a)	2)b)
Vrai	Vrai	Faux	Vrai

Exercice 2

$$1/ z^2 - (4 + e^{i\theta})z + 2(2 + e^{i\theta}) = 0$$

$$\Delta = [-(4 + e^{i\theta})]^2 - 8(2 + e^{i\theta}) = (e^{i\theta})^2$$

$$z' = 2 \text{ et } z'' = 2 + e^{i\theta} \quad \boxed{S_c = \{2, 2 + e^{i\theta}\}}$$

On peut aussi remarquer que l'équation est de la forme $z^2 - Sz + P = 0$, $S = 2 + (2 + e^{i\theta})$ et $P = 2(2 + e^{i\theta})$;

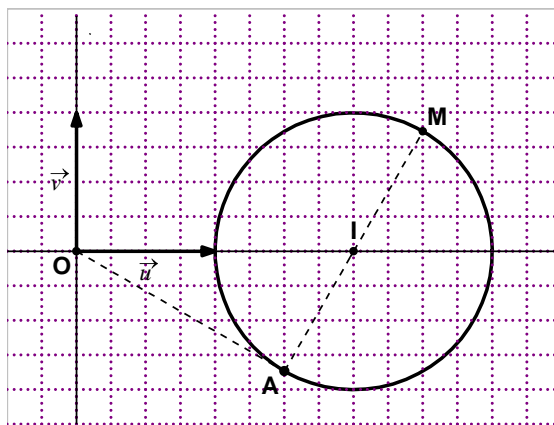
$$2/ \quad IM = |z_M - 2| = |e^{i\theta}| = 1$$

$$D'où : \boxed{M \in (\Gamma)}$$

3/

$$a/ IA = |z_A - 2| = \left| -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right| = \left| e^{-i\frac{2\pi}{3}} \right| = 1 \quad \text{donc} \quad \boxed{A \in (\Gamma)}$$

Construction du point A :



$$b/ \quad \frac{\text{Aff}(\vec{IA})}{\text{Aff}(\vec{OA})} = \frac{-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{e^{-i\frac{2\pi}{3}}}{\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-i\frac{\pi}{2}} = \frac{-i}{\sqrt{3}} \quad \text{c'est un imaginaire pur} \quad d'où \quad \boxed{OAI \text{ est un triangle rectangle en A}}$$

c/

* OAI est rectangle en A et OAM rectangle en A donnent que I, A et M alignés.

Comme M et A appartiennent au cercle (Γ) de centre I, c'est que I est le milieu de [AM].

OAM rectangle en A \Leftrightarrow I est le milieu de [AM].

$$\Leftrightarrow z_M = 2z_I - z_A \text{ sig } 2 + e^{i\theta} = 4 - \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow e^{i\theta} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$\Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \quad \text{puisque } \theta \in]0, 2\pi[\quad \text{donc } \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$1/ \quad g(x) = 1 - \frac{1}{x} + \ln x \quad ; x > 0.$$

$$a/ \quad * \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 - \frac{1}{x} + \ln x \right) = -\infty$$

$$* \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

$$b/ \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x} \right) = 0$$


donc (C) admet une branche parabolique de direction $(0, \vec{1})$ au voisinage de $+\infty$.

c/ Les fonctions $x \mapsto \frac{1}{x}$ et $x \mapsto \ln x$ sont dérivables sur $]0, +\infty[$ donc g est dérivable sur $]0, +\infty[$

$$\text{et pour tout } x > 0, \quad g'(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{1+x}{x^2}$$

d/ Tableau de variation de g :

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

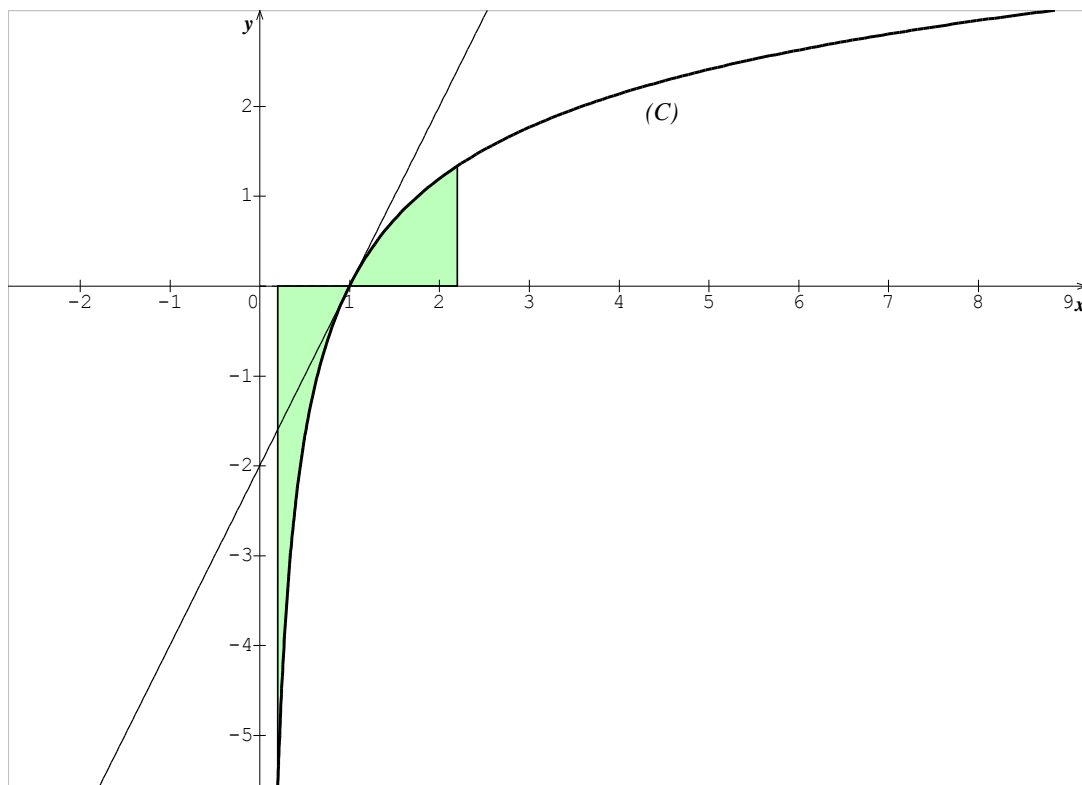


2/a/ (T) la tangente à (C) au point A d'abscisse 1.

$$(T) : y = g'(1)(x - 1) + f(1)$$

donc

$$(T) : y = 2x - 2$$



b/

3/ $f(x) = -1 + (x - 1)\ln x ; x > 0.$

a/ * f est continue et strictement décroissante sur $]0 ; 1]$;

$f(]0; 1]) = [-1; +\infty[$ et $0 \in [-1 ; +\infty[$. Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0; 1]$.

* f est continue et strictement croissante sur $[1; +\infty[$,

$f([1; +\infty[) = [-1; +\infty[$ et $0 \in [-1 ; +\infty[$. Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique β dans $]0; 1]$.

Donc l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β dans $]0 ; +\infty[$.

$$\left. \begin{array}{l} f(0.2) = 0.28 \\ f(0.3) = -0.15 \end{array} \right\} \quad \text{donc } 0,2 < \alpha < 0,3.$$

$$\left. \begin{array}{l} f(2,2) = -0.05 \\ f(2.3) = 0,08 \end{array} \right\} \quad \text{donc } 2,2 < \beta < 2,3.$$

4/ a/ E surface hachurée.

b/ Pour tout $x > 0,$ $f'(x) = \ln x + \frac{x-1}{x} = \ln x + 1 - \frac{1}{x} = g(x)$

c/ $\mathcal{A} = \int_{\alpha}^{\beta} |g(x)| dx$

$$= \int_{\alpha}^1 -g(x) dx + \int_1^{\beta} g(x) dx$$

$$= \int_1^{\alpha} g(x) dx + \int_1^{\beta} g(x) dx$$

d/ $\int_1^{\alpha} g(x) dx + \int_1^{\beta} g(x) dx$

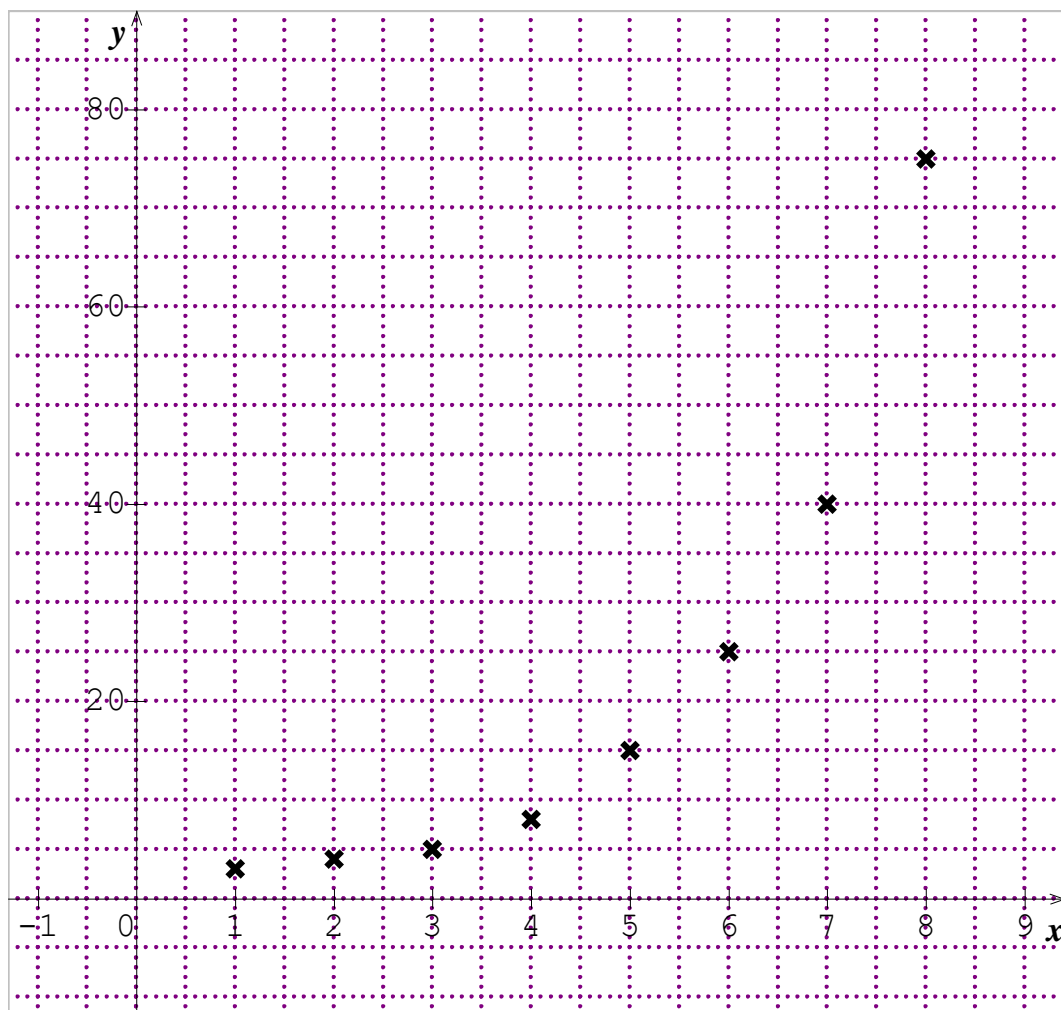
$$= \int_1^{\alpha} f'(x) dx + \int_1^{\beta} f'(x) dx$$

$$= [f(x)]_1^{\alpha} + [f(x)]_1^{\beta}$$

$$= f(\alpha) - f(1) + f(\beta) - f(1) ; \quad \text{or } f(1) = -1$$

D'où : $\boxed{\mathcal{A} = 2}$

Exercise 4



2/a/

x_i	$z_i = \ln y_i$
1	1,1
2	1,39
3	1,61
4	2,08
5	2,7
6	3,2
7	3,7
8	4,32
9	4,91

$$b/ r = 0,99$$

$$c/ \Delta : z = 0,49 x + 0,34$$

$$d/ z = 0,49 x + 0,34$$

$$\text{donc } \ln y = 0,49 x + 0,3 \quad \text{et par suite } \boxed{y = e^{0,49x} e^{0,34} = 1,4 e^{0,49x}}$$

$$e/ \text{ Pour } x = 12, y = 1,4e^{0,49 \times 12} = 500,933$$

Le nombre de pages visitées, durant la douzième semaine, est estimé à 500933 pages.