RÉPUBLIQUE TUNISIENNE **MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION** **EXAMEN DU BACCALAURÉAT** **SESSION 2020**	**Session de contrôle**	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences expérimentales**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

Le sujet comporte 4 pages. La page 4/4 est à rendre avec la copie

Exercice 1 : (3 points)

Le tableau ci-dessous, donne pour les années indiquées, les émissions mondiales de dioxyde de carbone (CO_2). On désigne par (X,Y) la série statistique double, où X est le rang de l'année et Y est la quantité d'émission mondiale de (CO_2) en milliards de tonnes (Gigatonnes).

Années	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014	2016	2018
Rang (x_i)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Emissions Y_i	24.7	25.6	28.4	30.6	32.2	31.9	35.5	36.1	36.4	37.1

(***Banque mondiale)***

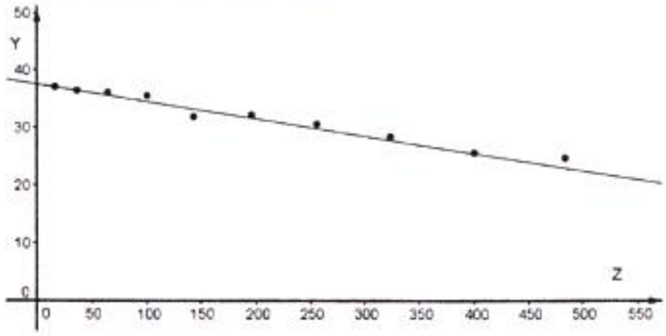
1) a) Déterminer l'arrondi à 10^{-2} près du coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.

   b) Donner une équation de la droite de régression de Y en X.
   (Les coefficients seront arrondis à 10^{-2} près).

   c) Estimer par ce modèle la quantité d'émission mondiale de (CO_2) en 2022.

2) Certaines équipes au niveau mondial ont montré qu'il existe une corrélation linéaire entre la quantité Y d'émission mondiale en (CO_2) et la variable $Z = (X - 22)^2$

   Ci-contre, on a représenté dans un repère orthogonal le nuage de points de la nouvelle série (Z ,Y), ainsi que la droite de régression de Y en Z d'équation $Y = -0.03Z + 37.47$.



   a) Justifier qu'on peut modéliser l'évolution mondiale de la quantité d'émission de (CO_2) par une relation de la forme $Y = aX^2 + bX + c$.

   b) Estimer, par ce nouveau modèle, les émissions mondiales de dioxyde de carbone en 2022.

3) On suppose que ce nouveau modèle reste valable jusqu'à l'année 2030.

   a) Justifier qu'on peut prévoir une réduction des émissions mondiales de (CO_2) tous les ans à partir de l'an 2023.

   b) Estimer le pourcentage de réduction des émissions mondiales de (CO_2) en 2030 par rapport à leur niveau en 2018.

Exercice 2 : (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points $A(1,1,2)$, $B(2,1,0)$ et $C(1,2,0)$.

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

   b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan P d'équation $2x+2y+z-6=0$.

   c) Calculer l'aire du triangle ABC.

2) Soit (S) la sphère de centre $I(-1,-1,1)$ et de rayon 3.

   Montrer que la sphère (S) et le plan P sont tangents au point A.

3) Soit le point $D(1,0,4)$.

   a) Vérifier que le point A est le milieu du segment [CD].

   b) Montrer que le triangle BCD est rectangle en B.

4) Soit (S') une sphère passant par les points B, C et D et soit J son centre.

   a) Justifier que le point J appartient à la droite (AI).

   b) Donner une représentation paramétrique de la droite (AI).

5) Déterminer toutes les sphères passant par les points B, C et D et de rayon $\sqrt{14}$.

Exercice 3 : (4.5 points)

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation $z^2-4iz-3=0$.

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

   Dans la **figure de l'annexe ci-jointe** (page 4/4), on a placé dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A , B et D d'affixes respectives $z_A=i$, $z_B=\sqrt{3}+i$ et $z_D=3i$.

   a) Placer dans le même repère le point C d'affixe $z_C=\sqrt{3}+3i$.

   b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

3) Soit $(\mathscr{C})$ le cercle de centre C et de rayon $\sqrt{3}$.

   Justifier que la droite (OA) est tangente au cercle $(\mathscr{C})$.

4) Soit M un point de la demi-droite [OB) privé de O, d'affixe z_M.

   a) Ecrire z_B et z_C sous forme exponentielle.

   b) Justifier que $\arg(z_M) \equiv \frac{\pi}{6}\,[2\pi]$.

   c) Soit $r=OM$. Montrer que $z_M-z_C=\left(r-3-i\sqrt{3}\right)e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}$.

5) Montrer que la droite (OB) et le cercle $(\mathscr{C})$ sont tangents en un point que l'on déterminera.

Exercice 4 : (7.5 points)

I/ 1) Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=x-1-\ln x$.

a) Calculer $g'(x)$, $x\in]0,+\infty[$.

b) Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$, $g(x)\geq 0$.

2) On considère la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x)=x^2-x\ln x & \text{si } x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

On désigne par (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Justifier que f est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

3) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$. Interpréter graphiquement les résultats.

4) a) Montrer que pour tout réel $x>0$, $f'(x)=x+g(x)$.

b) En déduire que f est strictement croissante sur $[0,+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variations de f.

5) a) Montrer que la droite $\Delta : y=x$ est la tangente à (Γ) au point d'abscisse 1.

b) Vérifier que pour tout $x>0$, $f(x)-x=x\,g(x)$. En déduire la position relative de (Γ) et Δ

c) Tracer la courbe (Γ) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

II/ 1) Montrer que pour tout réel $x>0$, $\displaystyle\int_1^x t\ln t\,dt=\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}$.

2) Soit n un entier supérieur ou égal à 2. On désigne par A_n l'aire, en (u.a), de la partie du plan limitée par la courbe (Γ) et les droites d'équations $x=\dfrac{1}{n}$, $x=1$ et $y=0$.

a) Montrer que $A_n=\dfrac{7}{12}-\dfrac{\ln(n)}{2n^2}-\dfrac{1}{4n^2}-\dfrac{1}{3n^3}$.

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$.

3) a) Montrer que f réalise une bijection de $[0;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Justifier que pour tout $n\geq 2$, il existe un unique réel $a_n>0$ tel que $f(a_n)=A_n$.

c) Montrer que la suite $(a_n)_{n\geq 2}$ converge vers un réel α et vérifier que $0.4<\alpha<0.5$

Section : .... N° d'inscription : .... Série : ....

Nom et Prénom : ....

Date et lieu de naissance : ....

Signatures des surveillants

....

....

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences expérimentales
Session de contrôle (2020)
Annexe à rendre avec la copie