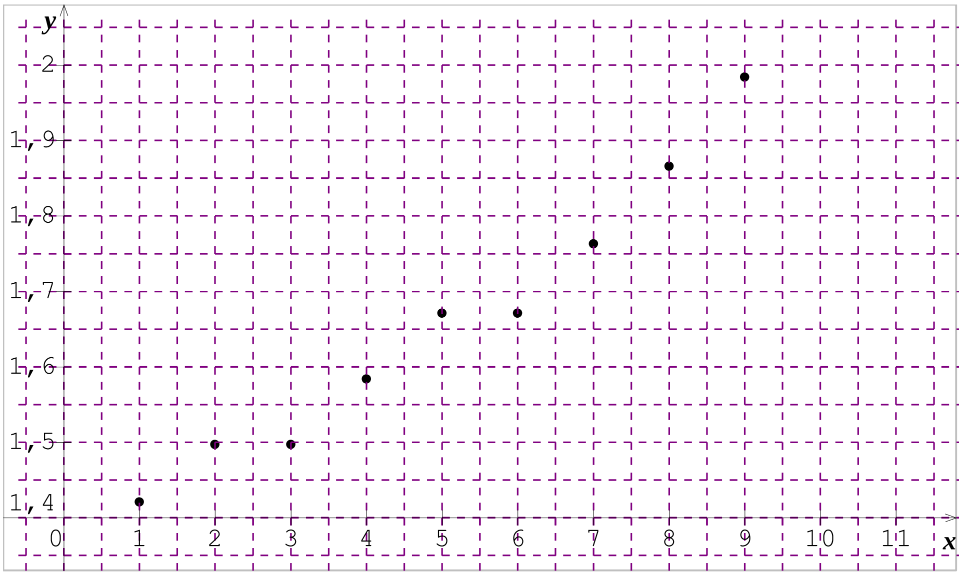
MATHÉMATIQUES
Section : Economie et Gestion
Session principale 2022

Exercice 1 :

1) a) Nuage de points.



b) Les points du nuage sont allongés autour d'une droite ainsi un ajustement affine entre x et y est justifié.

2) a) $G_1(3\ ;\ 1{,}534)$, $G_2(7{,}5\ ;\ 1{,}342)$

b) D : y = 0,064x + 1,342.

Pour l'année 2021 on a : x = 11 donc y = 0,064x11 + 1,342 = 2,046.

3) a) D': y = 0,066x + 1,33

b) Pour l'année 2021 on a : x = 11

Le montant brut d'une heure de travail est y = 0,066x11 + 1,33 = 2,056.

Pour une semaine de travail, le montant est 82,24D.

4) Le montant brut du SMIG est 82,12D pour une semaine de travail.

Le montant brut du SMIG d'une semaine de travail par la méthode de Mayer est 81,84D

Le montant brut du SMIG d'une semaine de travail par la méthode des moindres carrées est 82,24D.

L'ajustement par la méthode des moindres carrées est le plus approprié car 82,24 – 81,84 < 83,12 – 82,24 .

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = (1 - x)e^x$.

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} e^x - xe^x = 0 - 0 = 0.$

La droite y = 0 est une asymptote à (C_f) au voisinage de $(-\infty)$.

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (1-x)e^x = (-\infty) \times (+\infty) = -\infty.$

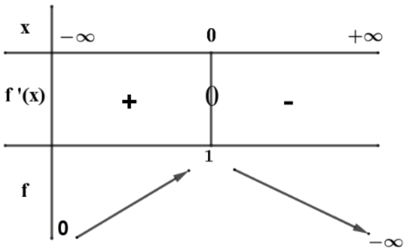
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1-x}{x}\right)e^x = (-1) \times (+\infty) = -\infty.$$

(C_f) admet une branche infinie parabolique de direction celle de $(O, \vec{j})$ au voisinage de $(+\infty)$.

2) a) f est le produit d'une fonction polynôme et la fonction $x \to e^x$ donc f est dérivable sur IR.

$f'(x) = (-1)e^x + (1-x)e^x = -xe^x$.

b) Le signe de f '(x) est celui de $(-x)$



3) a) $T : y = f'(1)(x-1) + f(1)$; $f'(1) = -e$ et $f(1) = 0$

$T : y = -e(x-1)$

b) Pour tout $x \in IR$ on a : $f(x) - y = (1-x)(e^x - e)$.

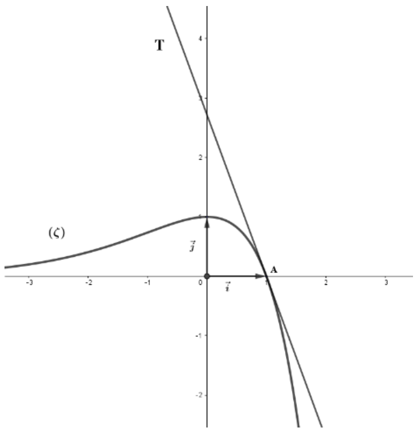
$1 - x = 0$ sig $x = 1$ et $e^x - e = 0$ sig $x = 1$

Si $x \geq 1$ on a : $1 - x \leq 0$ et $e^x - e \geq 0$ donc $f(x) - y \leq 0$

Si $x \leq 1$ on a : $1 - x \geq 0$ et $e^x - e \leq 0$ donc $f(x) - y \leq 0$

Par suite pour tout $x \in IR$, $f(x) - y \leq 0$ donc la courbe (C_f) est au-dessous de la tangente T.

4)



5) a) $\int_0^1 e^x dx = \left[e^x \right]_0^1 = e - 1$

$\int_0^1 f'(x)dx = \left[f(x) \right]_0^1 = f(1) - f(0) = -1$.

b) On a : $f(x) = (1-x)e^x = e^x - xe^x = e^x + f'(x)$.

c) $A = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 e^x dx + \int_0^1 f'(x)dx = e - 2$.

Exercice 3 :

1) a)

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Degré	2	3	3	4	2	4	4

b) G est un graphe connexe qui admet exactement deux sommets de degré impair donc il admet au moins une chaine eulérienne.

2) a)

A	B	C	D	E	F	G	Sommet
0_A	∞	∞	∞	∞	∞	∞	(0)A
	3_A	∞	∞	∞	10_A	∞	(3)B
		$\mathbf{15}_B$	∞	∞	$\mathbf{10}_A$	20_B	(10)F
		15_B	$\mathbf{28}_F$	$\mathbf{22}_F$		17_F	(15)C
			28_F	22_F		$\mathbf{17}_\mathbf{F}$	**(17)G**
			$\mathbf{22}_\mathbf{G}$	22_F			(22)D

b) Oui (car 22mn < 24mn)
A – F – G – D est le plus court chemin.

Exercice 4 :

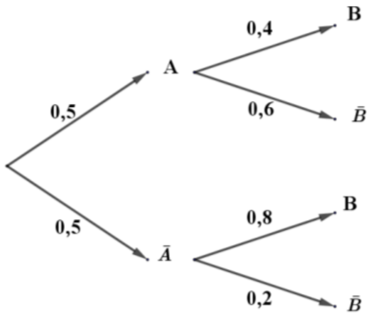
1) a) $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,6$ et $P(A \cap B) = 0,2$.

b) $P(B / A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0,2}{0,5} = 0,4.$

2) a) On a : $P(B) = p(B \cap A) + P(B \cap \overline{A})$ donc $P(B \cap \overline{A}) = P(B) - p(B \cap A) = 0,6 - 0,2 = 0,4.$

b) $P(B / \overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{0,4}{0,5} = 0,8.$

3)



4) a) $x_1 = 250 \times \dfrac{20}{100} = 50D$; $x_2 = 290 \times \dfrac{20}{100} = 58D$; $x_3 = 310 \times \dfrac{20}{100} = 62D$; $x_4 = 340 \times \dfrac{20}{100} = 68D$

$X(\Omega) = \{50, 58, 62, 68\}$

b)

x_i	50	58	62	68
$P(X = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,2

c) On a : $E(X) = 50\times0,1 + 58\times0,3 + 62\times0,4 + 68\times0,2 = 60,8$
$M = 1000\times E(X) = 60800D$