Enoncé

EXERCICE N°1 (6 points)

Soit f l'application de ℂ dans ℂ définie par $f(z)=az^3+bz^2+cz+d$. où a, b, c, et d sont des coefficients réels.

1) Déterminer a, b, c et d pour que l'on ait :

$$\begin{cases} f(1) = -1 \\ f(-1) = -15 \\ f(2) = 0 \\ f(-2) = -40 \end{cases}$$

2) a- Résoudre dans ℂ l'équation $(E) : z^3 - 4z^2 + 6z - 4 = 0$

b- Placer dans le plan complexe, rapporté à un repère orthonormé, les points A, B et C d'affixes les solutions de (E) et montrer que le triangle ABC est un triangle isocèle.

EXERCICE N°2 (6 points)

Dans un magasin, on vend des chemises de cinq marques locales et trois marques étrangères.

I- Un client achète trois chemises de marques différentes. On suppose que son choix est fait au hasard.

1) Quelle est la probabilité pour que les trois chemises achetées soient de marques locales?
2) Quelle est la probabilité pour que l'une au moins des trois chemises achetées soit de marque étrangère ?
3) On suppose qu'il paie vingt cinq dinars la chemises de marque étrangère et dix-huit dinars la chemise de marque locale.
Soit X l'aléa numérique qui prend pour valeur la somme payée par le client.
a- Déterminer la loi de probabilité de X.
b- Définir et représenter graphiquement sa fonction de répartition.

II- Dix clients achètent chacun une chemise. On suppose que les achats sont indépendants les uns des autres. Soit Y l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre de personnes qui ont acheté une chemise de marque locale. Déterminer la loi de probabilité de Y, son espérance mathématique et sa variance.

PROBLEME (8points)

Soit la fonction numérique à variable réelle définie sur IR par :

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)\log(1-x) & \text{si } x \prec 1 \\ f(x) = (x-1)e^{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1) a- Montrer que f est continue au point $x_0 = 1$.
b- Etudier la dérivabilité à gauche et la dérivabilité à droite en $x_0 = 1$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a- Etudier les variations de f.
b- Tracer la courbe C représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

3) Soit g la fonction définie sur l'intervalle I = [1, +∞[par $g(x) = (x - 1)\, e^{x}$.
a- Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.
b- Tracer la courbe (Γ) représentative de g^{-1} dans le même repère que (C) (g^{-1} étant la fonction réciproque de g).

4) Soit α l'abscisse du point d'intersection des courbes (C) et (Γ).
(on ne cherche pas à déterminer α).
a- Calculer l'aire A (α) de la partie du plan limitée par (C), et les droites d'équations $y = 0$, $x = 1$ et $x = \alpha$.
b- En déduire la valeur de l'intégrale $I = \int_0^{\alpha} g^{-1}(x)dx$ en fonction de α.