Enoncé

EXERCICE N°1 (6 points)

Une boîte A contient 9 ampoules électriques dont 4 sont défectueuses. Les ampoules sont indiscernables au toucher.
On tire simultanément et au hasard trois ampoules de cette boîte.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A_1 « Aucune ampoule n'est défectueuse »
   A_2 : « Une ampoule et une seule est défectueuse »
   A_3 : « Au moins une ampoule est défectueuse »
2) On désigne par X l'aléa numérique qui, au tirage de trois ampoules, associe le nombre d'ampoules défectueuses.
   a- Déterminer la loi de probabilité de X.
   b- Calculer l'espérance mathématiques de X.

EXERCICE N°2 (6 points)

1) Ecrire, sous forme exponentielle, le nombre complexe $1+i\sqrt{3}$
2) On se propose de résoudre dans l'ensemble C* des nombres complexes non nuls l'équation suivante : (E) :
   $z^2 = (1+i\sqrt{3})\,\overline{z}$
   On pose $z=re^{i\theta}$ où r est un réel strictement positif et θ un réel de l'intervalle $[0,2\pi[$.
   a- Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation suivante :
      (E') : $re^{3i\theta}=2e^{i\pi/3}$
   b- En déduire que l'équation (E) admet, dans C*, trois solutions que l'on donnera sous forme exponentielle.

PROBLEME (8 points)

On considère la fonction numérique à variable réelle définie par : $f(x)=e^{-x}+x-2$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

I- 1) Dresser le tableau de variation de f.
   2) a- Montrer que la droite (Δ) d'équation y=x-2 est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de +∞.
      b- Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse –1.
      c- Montrer que (T) et (Δ) se coupent sur l'axe des ordonnées en un point A dont on précisera les coordonnées.
      d- Tracer (Δ), (T) et (C).

II- Soit n un entier naturel. On pose $u_n = \int_n^{n+1} e^{-x}\,dx$

1) a- Calculer u_n en fonction de n.
   b- Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   c- Calculer $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} u_k$ pour $n \in$ IN*
2) On désigne par A_n la mesure de l'aire du domaine limité par la courbe (C), la droite (Δ) et les droites d'équations respectives x=0 et x=n.
   a- Montrer que $A_n=S_n$
   b- Calculer la limite de A_n lorsque n tend vers +∞