

**Énoncé****EXERCICE N°1 (6 points)**

- 1) Soient α et β deux réels tels que $\alpha < \beta$ et f la fonction définie sur $[\alpha, \beta]$ par : $f(x) = x^2 - 3x + 2$
On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) , par A le point de (C) d'abscisse α et par B le point de (C) d'abscisse β .
- Vérifier que le théorème des accroissements finis est applicable à la fonction f sur l'intervalle $[\alpha, \beta]$.
 - Déterminer, en fonction de α et β , l'abscisse du point de la courbe (C) où la tangente est parallèle à la droite (AB).
 - Ecrire une équation cartésienne de cette tangente pour $\alpha = 0$ et $\beta = 2$
- 2) Le théorème des accroissements finis est-il applicable à la fonction g définie sur l'intervalle $[-1, 1]$ par :
 $g(x) = x^2 - 3|x| + 2$?
Justifier votre réponse.

EXERCICE N°2 (6 points)

- 1) Résoudre, dans \mathbb{R}^4 , le système :
- $$(S) = \begin{cases} y + z + t + s = \frac{-13}{2} \\ y + 2z + 3t + 4s = 0 \\ y + 2z + 4t + 8s = -2 \\ y + 4z + 12t + 32s = 0 \end{cases}$$
- 2) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = ax + bx^2 + cx^3 + dx^4$
où a, b, c et d sont des coefficients réels.
On suppose que la courbe (C) représentative de la fonction f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) passe par les points $A(1, -\frac{13}{2})$ et $B(2, -4)$ et qu'elle admet en chacun de ces points une tangente de vecteur directeur \vec{i} .
- Montrer que le quadruplet (a, b, c, d) est une solution du système (S).
 - Déterminer alors la fonction f et trouver ses extréma.

PROBLEME (8 points)

Soit la fonction numérique définie sur $] -\infty, 0[\cup] 1, +\infty[$ par : $f(x) = \text{Log}\left(\frac{x-1}{x}\right)$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) .

- Dresser le tableau de variation de la fonction f .
 - Montrer que le point $w(1/2, 0)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C).
 - Tracer la courbe (C).
- Soit g la restriction de f à l'intervalle $]1, +\infty[$.
 - Montrer que g réalise une bijection de $]1, +\infty[$ sur un intervalle J de \mathbb{R} que l'on précisera.
 - On désigne par g^{-1} la fonction réciproque de g . Exprimer $g^{-1}(x)$ en fonction de x élément de J .
 - Tracer, dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe (C') représentative de g^{-1} .
- Montrer que la fonction F définie sur $]1, +\infty[$ par : $F(x) = (x-1)\text{Log}(x-1) - x\text{Log}x$ est une primitive de g .
- Soit λ un réel strictement supérieur à 1 et $A(\lambda)$ la mesure de l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=2$ et $x=\lambda$.
 - Calculer $A(\lambda)$ pour $1 < \lambda \leq 2$ et déterminer sa limite quand λ tend vers 1^+ .
 - Calculer $A(\lambda)$ pour $\lambda > 2$ et déterminer sa limite quand λ tend vers $+\infty$.