Enoncé

EXERCICE N°1 (6 points)

1) a- Ecrire sous la forme algébrique le nombre complexe $(1- i)^2$

b- Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2-3(1+i)z+5i=0$

2) Soit dans l'ensemble l'équation (E) suivante :

(E) : $z^3-4(1+i)z^2+11iz+5(1-i)=0$

b- Vérifier que 1+i est une solution de (E).

c- Résoudre alors l'équation (E).

3) Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$
On considère les points A, B, C d'affixes respectives 1+i, 2+i et 1+2i.

a- Placer les points A, B et C.

b- Montrer que le triangle (ABC) est rectangle isocèle.

EXERCICE N°2 (6 points)

Un sac contient dix boules indiscernables au toucher : 6 boules blanches numérotées 1,1,2,2,2,2 et quatre boules noires numérotées 1,1,2,2.

1) Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard trois boules du sac.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
S : " tirer trois boules blanches "
E : " tirer au moins une boule noire "
C : " la somme des chiffres marqués sur les trois boules tirées est égale à 5".

2) On répète l'épreuve précédente trois fois de suite en remettant à chaque fois les boules tirée dans l'urne.
Soit X l'aléa numérique qui prend pour valeurs le nombre de fois où l'événement S est réalisé.

a- Déterminer la loi de probabilité de X.

b- Calculer son espérance mathématique et son écart type.

c- Calculer la probabilité de l'événement : " $(1 \leq X \leq 3)$".

PROBLEME (8 points)

A- Soit f la fonction numérique définie sur $]-2, +\infty[$ par : $f(x)=\text{Log}(x+2)$

On désigne par (*C*) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) a - Etudier les variations de f.

b- tracer (*C*)

2) a - Montrer que f est une bijection de $]-2,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b- Expliciter f^{-1} (f^{-1} étant la réciproque de f).

On note (*C* ') la courbe représentative de f^{-1} dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

c- Tracer (*C* ')

B- Soit g la fonction numérique définie sur IR par $g(x)=e^x-x-2$. On désignera par ($\mathscr{C}$) la courbe représentative dans un autre repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ et par (D) la droite d'équation $y=-x-2$.

1) a - Montrer que $(\mathscr{C})$ admet la droite (D) comme asymptote oblique lorsque x tend vers $-\infty$

   b- Etudier la branche infinie de $(\mathscr{C})$ lorsque x tend vers $+\infty$.

2) Etudier les variations de g .

3) a - Prouver que l'équation g(x)=0 admet deux solutions α et β telles que : $-2<\alpha<-1$ et $1<\beta<2$.

   b- Tracer $(\mathscr{C})$.

4) On désigne par A la mesure de l'aire de la portion limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = \beta$.

   Montrer que $A = \dfrac{(\beta-\alpha)(\beta+\alpha+2)}{2}$

5) Montrer que α et β sont solutions de l'équation f(x)=x