Enoncé

EXERCICE N°1

1) a - Mettre sous forme algébrique le nombre complexe 3(l+ i)2

b - Résoudre, dans $\mathbb{C}$, 1'équation : z^2 - (1-i)z-2i=O

On désignera par z_1 et z_2 les solutions de 1'équation précédente, z_1 étant celle qui a une partie réelle négative.

2) a - Pour z élément de $\mathbb{C}$, développer 1'expression (z+1-i)(z^2- (I - i) z-2 i)

b - En d6duire les solutions, dans $\mathbb{C}$, de 1'équation (E) : $Z^3 = 2 + 2\,i$

3) On pose z_0= -1+i et $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

a - Vérifier que les solutions de 1'équation (E) sont z_0, jz0 et j^2Z_0

b - Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes z_0 et jz_0

c - En déduire la forme trigonométrique de chacun des nombres complexes z_1 et z_2

EXERCICE N°2

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{4}{4 - u_n} \end{cases}$$

1) a - Calculer u_1, u_2 et u_3-

b - Montrer que pour tout entier naturel n , on a : $U_n < 2$

c - Montrer que la suite (U_n) est croissante , en déduire qu'elle est convergente et calculer sa limite .

2) Soit (V_n) la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \dfrac{1}{U_n - 2}$

a - Montrer que (Vn) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme .

b - Exprimer Vn en fonction de n , en déduire un en fonction de n.

c - Retrouver la limite de la suite (Un) .

PROBLEME

I- 1) α, β, γ étant des réels, ,résoudre le système

$$(S) = \begin{cases} \alpha - \beta + \gamma = 2 \\ -\beta + \gamma = 0 \\ 5\alpha + 6\beta + 4\gamma = 0 \end{cases}$$

2) Soient a, b et c des réels et g la fonction définie sur IR par: g(x)= ax^2 + bx+c)e^x.

a - Déterminer g'(x) pour tout réel x .

b - Déterminer les réels a, b et c pour que l'on ait

$$(S) = \begin{cases} g(-1) = \dfrac{2}{e} \\ g'(-2) = 0 \\ g'(\dfrac{1}{2}) = 0 \end{cases}$$

11-On considère la fonction f définie sur lR par : $f(x)=(2x^2-x-1)e^x$.

On désigne par (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (l'unité graphique étant 2 cm)

1) a - D6terminer $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x$ et en déduire que : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

b - Dresser le tableau de variation de la fonction f.

2) Déterminer l'intersection de la courbe (Γ) avec l'axe des abscisses

3) Tracer la courbe (Γ).

4) a - Vérifier que la fonction F définie sur IR par $F(x)=(2x^2 -5x+4)e^x$ est une primitive de la fonction f sur IR.

b - Calculer, en cm2, I'aire de la partie du plan limitée par la courbe (Γ) I'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = -\dfrac{1}{2}$ et x=O.