Enoncé

EXERCICE N°1 (6 points)

Une urne contient trois boules blanches et quatre boules noires. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

I - On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   A : « Obtenir exactement deux boules blanches suivants ».
   B : « Obtenir au moins une boule blanche ».

2) On considère l'aléa numérique X qui à chaque tirage simultané de trois boules associes le nombre de boules blanches tirés.
   a) Quelles sont le valeurs prise par X ?
   b) Déterminer la loi de probabilité de X .
   c) Calculer l'espérance mathématique de X .

II - On tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne.
Calculer la probabilité de l'événement suivant :
C : « Obtenir une boule blanche pour la première fois au troisième tirage »

EXERCICE N°2 (6 points)

1) a) Mettre sous forme algébrique le nombre complexe : $(1 - i)^2$
   b) Résoudre dans l'ensemble O l'équation : $i z^2 + 3 (1 - i) z - 4 = 0$
   (on donnera les solutions sous formes algébrique)

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A,B et C d'affixe respectives : $z_A = 2$, $z_B = 1 + i$ et $z_C = 2 + 2i$
   a) Déterminer l'affixe du point I milieu du segment [AC]
   b) Placer les points A,B, C et I dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$
   c) Montrer que le triangle ABC est isocèle e rectangle en B.
   d) Soit C l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel qu : $z - 2 - i = 1$
   Montre que C est un cercle de centre I et vérifier que ce cercle passe par les points A,B et C
   Construire C

PROBLEME (8 points)

On considère la fonction f définie sur [0 + ∞] par : $\begin{cases} f(x) = 2\,x - x\,\mathrm{Log}\,x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans u repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)
(l'unité graphique étant 1 cm)

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

   b) Montrer que f est continue à droite en 0

   c) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{f(x)}{x}$: f est –elle dérivable à droite en 0 ? Interpréter graphiquement.

2) a) Montrer que pour tout réel x de]0 + ∞ [on a : f '(x) = 1-Log x.

   b) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

   3) a) Déterminer l'intersection de la courbe (c) avec l'axe des abscisses.

      b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement

      c) Tracer la courbe (C).

4) a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_e^{e^2} (x\,\mathrm{Log}\,x)\, dx$

   b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , les droites d'équations respectives : $x = e$, $x = e^2$ et $y = 0$