REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ******* **EXAMEN** **DU BACCALAUREAT** **SESSION DE CONTROLE**	**SECTION** **ECONOMIE ET GESTION** **EPREUVE : MATHEMATIQUES** **Durée : 3 heures** **Coef. : 2**

CORRIGÉ DE L'EXERCICE N° 1

I) De quoi s'agit-il ?

- Raisonnement par réccurence
- Suite réccurente : sens de variation, suite arithmétique convergence.

II) Indications et commentaires

1°) a) Démonstration par récurrence, que pour tout entier naturel n, on a : $u_n \geq 1$.

• Première étape : vérification de : $u_O \geq 1$ (évidente)

• Deuxième étape : Démontrer que si $u_n \geq 1$ alors $u_{n+1} \geq 1$: on a $u_n \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{u_n} \leq 1 \Rightarrow - \frac{1}{u_n} \geq -1 \Rightarrow$

$2 - \frac{1}{u_n} \geq 1$ d'où la conclusion escomptée.

b) Démonstration de l'égalité : $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n - 1)^2}{u_n}$

on a $u_{n+1} - u_n = \left(2 - \frac{1}{u_n}\right) - u_n = -\frac{u_n^2 - 2u_n + 1}{u_n} = -\frac{(u_n - 1)^2}{u_n}$

c) (u_n) est décroissante :

Il suffit de remarquer que $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n - 1)^2}{u_n} \leq 0$

2°) a) Démonstration de l'égalité $v_{n+1} = 3 + \frac{u_n}{u_n - 1}$ et calcul de $v_{n+1} - v_n$

On a $v_n = 3 + \frac{1}{u_n - 1}$ donc $v_{n+1} = 3 + \frac{1}{u_{n+1} - 1}$

• Remplacer alors u_{n+1} par $2 - \frac{1}{u_n}$ et conclure.

• $v_{n+1} - v_n = \left[3 + \dfrac{u_n}{u_n - 1}\right] - \left[3 + \dfrac{1}{u_n - 1}\right] - \dfrac{u_n - 1}{u_n - 1} = 1$

b) (v_n) est une suite arithmétique de raison égale à 1 et de premier terme v_o à calculer.

• Exploiter le résultat de la question précédente, à savoir $v_{n+1} - v_n = 1$ pour conclure que (v_n) est une suite arithmétique de raison égale à 1.

• $v_o = 3 + \dfrac{1}{u_o - 1} = 4$

c) v_n en fonction de n

• Se rappeler que le terme général d'une suite arithmétique (v_n) de premier terme v_o et de raison r est donné par la formule $v_n = v_o + nr$

• Conclure que $v_n = 4 + n$

d) $u_n = \dfrac{n+2}{n+1}$ et calcul de la limite $\lim\limits_{n \to +\propto} u_n$

• Utiliser le résultat $v_n = 4 + n$ et l'égalité $v_n = 3 + \dfrac{1}{u_n - 1}$ pour conclure que $u_n = \dfrac{n+2}{n+1}$

• Conclure que $\lim\limits_{n \to ++\infty} u_n = 1$