REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ******* EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2001 SESSION PRINCIPALE	SECTION ECONOMIE ET GESTION EPREUVE : MATHEMATIQUES Durée : 3 heures — Coef. : 2

EXERCICE N° 1 : (6 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 2$; $z_B = 3 + 3i$ et $z_C = -1 + i$.

1) a) Placer sur une figure les points A, B et C.

b) Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle.

2) a) Vérifier que : $3 + 4i = (2 + i)^2$

b) Résoudre, dans C, l'équation :

$$\frac{1}{2} z^2 - (1 + 2i) z - 3 = 0$$

3) On considère dans C l'équation :

$$(E) : z^3 - 4(1 + i) z^2 + 2(-1 + 4i) z + 12 = 0$$

a) Vérifier que 2 est une solution de l'équation (E).

b) Montrer que, pour tout nombre complexe z on a :

$$z^3 - 4(1 + i) z^2 + 2(-1 + 4i) z + 12 = (z - 2)(z^2 - 2(1 + 2i) z - 6)$$

c) Résoudre, dans C, l'équation (E)

EXERCICE N° 2 : (6 points)

Une urne contient quatre boules rouges numérotées 0, 0, 0, 1 et trois boules vertes numérotées 0, 0, 1.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard deux boules de l'urne.

1) On considère les événements suivants :

A : « Obtenir deux boules de même couleur »

B : « Obtenir deux boules de même numéro »

C : « Obtenir deux boules de même numéro sachant qu'elles sont de même couleur »

a) **Calculer les probabilités suivantes** : $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$.

b) Montrer que la probabilité de l'événement C est égale à $\frac{4}{9}$.

2) On répète l'épreuve précédente trois fois de suite en remettant à chaque fois les deux boules tirées dans l'urne.

Soit X l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre de fois où l'événement C est réalisé.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X.

c) **Calculer la probabilité de l'événement** : « $X \geq 1$ ».

PROBLÈME : (8 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x + 1 + e^{\frac{x}{2}}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (l'unité graphique étant : 1 cm).

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b) Dresser le tableau de variation de f.

2) **Soit la droite D d'équation** : $y = x + 1$.

a) Montrer que D est une asymptote à la courbe (C) lorsque x tend vers $-\infty$.

b) Etudier la position relative de (C) et D.

3) a) Montrer que : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{\frac{x}{2}}}{x} = +\infty$

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

4) a) Déterminer l'abscisse du point A de (C) où la tangente (T) à la courbe (C) a pour coefficient directeur $\frac{3}{2}$.

b) Ecrire une équation cartésienne de (T)

5) Tracer D, (T) et (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

6) a) Montrer que f est une bijection de IR sur IR.

b) Tracer, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe (C') représentative de la fonction réciproque de f.

7) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) la droite D et les droites d'équations respectives

$x = 0$ et $x = 1$.