Corrigé de l'exercice 2

I) De quoi s'agit-il ?

Plans perpendiculaires.
Distance.
Système d'équations paramétriques d'une droite.

II) Indications et commentaires

1) (P) et (P') sont perpendiculaires :

Connaissant les équations cartésiennes de (P) et de (P'), il suffit de déterminer le vecteur $\vec{n}$ normal à (P) et le vecteur $\vec{n'}$ normal à (P').
Calculer le produit scolaire $\vec{n} \cdot \vec{n'}$.
Déduire le résultat.

2) Distances d(A,P) et d(A, P')

Les coordonnées de A sont données et l'équation cartésienne de P est donnée. Appliquer la formule du cours pour trouver $d(A, P) = \frac{7}{3}$ et $d(A, P') = 1$

Distance de A à D

On applique le théorème de Pythagore : $d^2(A,D) = d^2(A,P) + d^2(A, P')$
Vérifier que $d(A,D) = \frac{\sqrt{58}}{3}$.

3) a- Système d'équations paramétriques de D

Soit M(x, y, z) ; on sait que $M \in (D) \Leftrightarrow M \in (P)$ et $M \in (P')$.
Ecrire que les coordonnées de M vérifient à la fois l'équation de (P) et l'équation de (P').
En posant par exemple $z = \lambda$; $\lambda \in IR$,
Montrer que le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x = \frac{7}{3} - \frac{1}{2}\lambda \\ y = -\frac{1}{3} + \lambda \quad \text{avec } \lambda \in IR \\ z = \lambda \end{cases}$$

représente la droite D

b) Coordonnées de M pour que AM soit minimale

Calculer AM^2 pour $M \in D$;
Vérifier que $AM^2 = \frac{9}{4}\lambda^2 - 4\lambda + \frac{74}{9}$.
Remarquer que AM est minimale si et seulement si AM^2 est minimale.

On peut étudier la fonction du 2è degré en λ : $\frac{9}{4}\lambda^2 - 4\lambda + \frac{74}{9}$ et montrer qu'elle admet un minimum pour $\lambda = \frac{8}{9}$.

Autrement : remarquer que $AM^2 = \left(\frac{3}{2}\lambda - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{58}{9}$ et que AM^2 est minimale pour $\frac{3}{2}\lambda - \frac{4}{3} = 0$

Vérifier que $M\left(\frac{17}{9};\frac{5}{9};\frac{8}{9}\right)$.